



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ  
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS  
E TECNOLÓGICAS

**Seminário de  
Matemática  
do DCET**

## O Infinito e a Intuição

Samuel Gomes da Silva

DMAT-UFBA

E-mail: samuel@ufba.br

### RESUMO

São bastante conhecidos os paradoxos de Zenão, que envolvem a noção de infinito; no Paradoxo da Dicotomia, por exemplo, temos o famoso argumento das “metades de caminhos” com os quais poderíamos concluir que a própria noção de movimento é uma ilusão, sendo impossível deslocar-se de um ponto  $A$  até um ponto  $B$  ! O argumento para expor tal paradoxo é usualmente como segue: sendo, por exemplo,  $A$  o ponto de abscissa  $x = 0$  na reta real e  $B$  o ponto de abscissa  $x = 1$ , para nos deslocarmos de  $A$  até  $B$  devemos primeiro passar, sequencialmente, pelos pontos de coordenadas: meio; três quartos; sete oitavos; etc., o que faria com que a tarefa envolvesse uma sequência enumerável e infinita de operações, o que é impossível para nós humanos que apenas podemos realizar tarefas finitas; notar que o argumento apresentado para o paradoxo se baseia numa **hipertarefa** - que, por definição, consiste numa sequência enumerável e infinita de operações que ocorrem sequencialmente dentro de um intervalo de tempo finito. A argumentação matemática usual para “destruir” o Paradoxo da Dicotomia é considerar a noção de infinito atual (em oposição ao infinito potencial) e considerar que a série geométrica correspondente é convergente. Nesta palestra, estaremos interessados em outro aspecto (talvez igualmente desagradável) das tais hipertarefas: é muito comum que o desenlace final de uma hipertarefa seja ou impossível ou completamente anti-intuitivo - no sentido de que a “situação limite no infinito” pode ser perfeitamente determinável, porém não necessariamente se constitui no “limite das situações finitas”. Discutiremos nesta palestra as seguintes hipertarefas: a Lâmpada de Thompson; o Demônio das Moedas; o Paradoxo de Ross-Littlewood; O Problema do Trem Transfinito; e, finalmente, o Quebra-cabeça dos infinitos chapéus dos prisioneiros. Dependendo de cada caso, tais hipertarefas podem ter um desenlace: ou impossível, ou possível e determinado - porém totalmente surpreendente e anti-intuitivo ! Questões matemáticas mais avançadas (envolvendo noções como **continuidade** ou mesmo o **Axioma da Escolha**) também aparecerão durante as análises dessas hipertarefas.